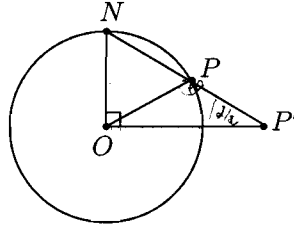


EJÉRCITO DE CHILE
COMANDO DE INSTITUTOS MILITARES
Academia Politécnica Militar

EXAMEN DE GEOMETRIA 2004

1. En la siguiente figura, O es el centro de la circunferencia y $\angle NOP = \theta$.

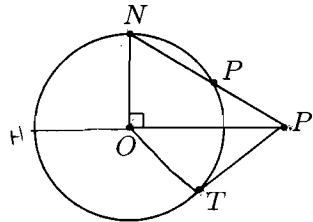


¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdaderas?

- (I) $\angle NP'O = \frac{\theta}{2}$
 (II) $\angle ONP = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$ \checkmark
 (III) $\angle OPP' = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{2}$

- (a) Sólo (I)
 (b) Sólo (II)
 (c) Sólo (III)
 (d) Sólo (I) y (II)
 (e) (I), (II) y (III)

2. En la siguiente figura, O es el centro de la circunferencia y $P'T$ es tangente.

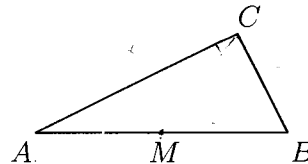


¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdaderas?

- (I) $\overline{P'T}^2 = \overline{NP'} \cdot \overline{P'P}$ \checkmark
 (II) $\overline{P'T}^2 = \overline{P'O}^2 - \overline{OH}^2$ \checkmark
 (III) $\overline{NP'} \cdot \overline{P'P} = \overline{P'O}^2 + \overline{OH}^2$

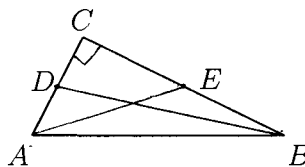
- (a) Sólo (I)
 (b) Sólo (II)
 \checkmark (c) Sólo (I) y (II) \checkmark

- (d) Sólo (I) y (III)
 (e) (I), (II) y (III)
3. Una carretera tiene una cuesta en línea recta cuya longitud total es de 1200 *mt*. Si la cuesta tiene una pendiente de 30° , entonces la diferencia de niveles entre los extremos de la cuesta es:
- (a) 600 *mt*
 (b) $600\sqrt{3}$ *mt* ✓
 (c) $400\sqrt{3}$ *mt* ✓
 (d) $1200\sqrt{3}$ *mt*
 (e) $300\sqrt{3}$ *mt*
4. Una colina mide 840 *mt* de altura. Si el ángulo de elevación a la cima desde un punto A es 60° , entonces la distancia desde A a la cima es:
- (a) 840 *mt*
 (b) $840\sqrt{3}$ *mt*
 (c) $640\sqrt{3}$ *mt*
 (d) $560\sqrt{3}$ *mt*
 (e) 1240 *mt*
5. En la figura, el triángulo ABC es rectángulo en C, $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$, $\overline{BC} = 2$ y M es el punto medio de AB.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

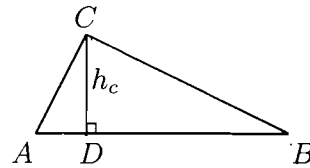
- (a) $\overline{AC} = 2$ ✓
 (b) $\overline{CM} = \sqrt{2}$ ✓
 (c) $CM \perp AB$ ✓
 (d) $\angle CAM = 30^\circ$ ✓
 (e) $\overline{AC}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{CM}^2$
6. En la siguiente figura:



si $\angle ACB = 90^\circ$, entonces $\overline{AE}^2 + \overline{BD}^2 = \dots$

- (a) $\overline{AB}^2 + \overline{DE}^2$
- (b) $\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2$
- (c) $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$
- (d) $\overline{AC}^2 + \overline{DE}^2$
- (e) $\overline{BC}^2 + \overline{DE}^2$

7. En la siguiente figura el triángulo ABC es rectángulo en C .

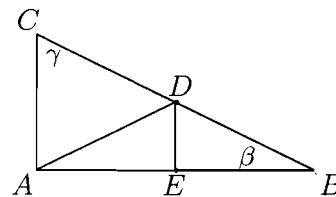


¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdaderas?

- (I) $\overline{AC} \cdot \overline{BC} = \overline{AB} \cdot h_c$
- (II) $\overline{AD} \cdot \overline{DB} = h_c^2$
- (III) $\overline{AD} \cdot \overline{AB} = \overline{AC}^2$

- (a) (I), (II) y (III)
- (b) Sólo (I) y (II)
- (c) Sólo (I) y (III)
- (d) Sólo (II) y (III)
- (e) Sólo (II)

8. En la siguiente figura, el triángulo ABC es rectángulo en A , $\overline{AB} \neq \overline{AC}$, $DE \perp AB$ y $\sphericalangle EAD = \gamma$.



¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdaderas?

- (I) $\sphericalangle EAD = 90^\circ - \beta$
- (II) $AD \perp BC$
- (III) $AC \parallel DE$

- (a) Sólo (I) y (II)
- (b) Sólo (I) y (III)
- (c) Sólo (II) y (III)
- (d) Sólo (II)
- (e) (I), (II) y (III)

9. Un cubo tiene arista igual a 12 *cm*. Entonces su diagonal mide:

- (a) 12 *cm*
- (b) $12\sqrt{2}$ *cm*
- (c) $12\sqrt{3}$ *cm*
- (d) 36 *cm*
- (e) $24\sqrt{3}$ *cm*

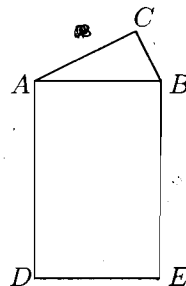
10. Una naranja esférica tiene 10 *cm* de diámetro y posee 12 gajos, entonces el volumen de uno de los gajos es:

- (a) $\frac{125\pi}{3}$ *cm*³
- (b) $\frac{25\pi}{9}$ *cm*³
- (c) $\frac{125\pi}{36}$ *cm*³
- (d) $\frac{125\pi}{9}$ *cm*³
- (e) $\frac{125\pi}{24}$ *cm*³

11. La base de un paralelepípedo rectangular tiene área 0.12 *mt*² y el área de una cara lateral es 0.08 *mt*². Si el volumen es 0.024 *mt*³, entonces la superficie total de él es:

- (a) 0.26 *mt*²
- (b) 0.52 *mt*²
- (c) 0.48 *mt*²
- (d) 0.4 *mt*²
- (e) 0.8 *mt*²

12. En la figura, el triángulo *ABC* es rectángulo en *C*. $\overline{AC} = 8$, $\overline{BC} = \frac{3}{4}\overline{AC}$ y $\overline{BE} = 3\overline{AC}$.



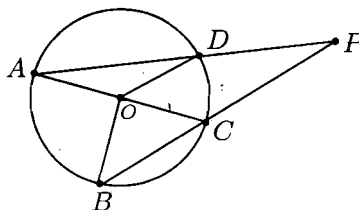
Entonces la diagonal del rectángulo *ABED* mide:

- (a) 24
- (b) 34

- (c) 26
(d) 10
(e) 28
13. En un triángulo ABC , los ángulos interiores son $\alpha = (5x - 11)^\circ$, $\beta = (5x + 11)^\circ$ y $\gamma = (5x + 30)^\circ$, entonces el triángulo es:
- (a) Obtusángulo
(b) Acutángulo
(c) Rectángulo
(d) Isósceles
(e) Isósceles y acutángulo \times
14. $ABCD$ es un trapecio tal que $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$, $\overline{CD} = 10\sqrt{2}$ cm y los ángulos basales miden 45° . Entonces, el perímetro del trapecio es:
- (a) $60\sqrt{2}$ cm
(b) $80\sqrt{2}$ cm
(c) $20(1 + 2\sqrt{2})$ cm
(d) $20 + 3\sqrt{2}$ cm
(e) $10(3 + \sqrt{2})$ cm
15. El radio de la circunferencia inscrita en un triángulo equilátero de lado 30 cm es:
- (a) $5\sqrt{3}$ cm
(b) $15\sqrt{3}$ cm
(c) $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ cm
(d) $25\sqrt{3}$ cm
(e) $10\sqrt{3}$ cm
16. El suplemento de un ángulo es el triple del complemento, entonces el ángulo mide:
- (a) 19°
(b) 60°
(c) 45°
(d) 30°
(e) 24°
17. Si el área de un cuadrado es $\frac{a^2}{64} - \frac{5a}{4} + 25$, con $a > 40$, entonces el perímetro del cuadrado es:

- (a) $\frac{a}{8} - 5$
- (b) $\frac{a}{4} - 5$
- (c) $\frac{a}{4} - 10$
- (d) $\frac{a}{2} - 20$
- (e) $\frac{a}{2} - 15$

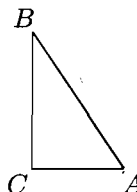
18. En la siguiente figura, O es el centro de la circunferencia.



- (a) Si $\angle AOB = 80^\circ$ entonces $\angle APB = 40^\circ$
 - (b) Si $\angle DOC = 30^\circ$ entonces $\angle APB = 30^\circ$
 - (c) Si $\angle AOB = 80^\circ$ y $\angle DOC = 30^\circ$ entonces $\angle APB = 70^\circ$
 - (d) Si $\angle AOB = 80^\circ$ y $\angle DOC = 30^\circ$ entonces $\angle APB = 55^\circ$
 - (e) Si $\angle AOB = 80^\circ$ y $\angle DOC = 30^\circ$ entonces $\angle APB = 25^\circ$ ✓
19. En un triángulo ABC se conocen los vértices B y C , y el centro de la circunferencia inscrita. Entonces, para poder determinar el vértice A es **necesario**:
- (a) Conocer la altura h_a .
 - (b) Conocer la transversal de gravedad t_a .
 - (c) Conocer la bisectriz b_α .
 - (d) No es necesario otro dato.
 - (e) Conocer la altura h_c
20. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdaderas?
- (I) El número de lados de un polígono regular se conoce si su ángulo interior mide 156° ✓
 - (II) El número de lados de un polígono regular se conoce si su ángulo exterior mide 12°
 - (III) El número de lados de un polígono regular se conoce si su ángulo interior mide 156° y su ángulo exterior mide 24° .
- (a) Sólo (I) y (II)
 - (b) Sólo (I) y (III)
 - (c) Sólo (II) y (III)

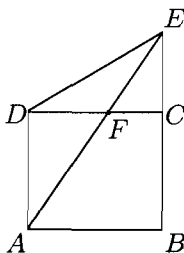
- (d) Sólo (III)
- (e) (I), (II) y (III)

21. En la figura se tiene un triángulo ABC rectángulo en C , con $\angle BAC = 60^\circ$ y $\overline{AB} = 12$.



Al hacer girar este triángulo en torno al lado BC se genera un cuerpo cuyo volumen es:

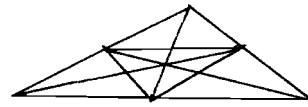
- (a) $72\sqrt{3}\pi$
 - (b) $243\sqrt{3}\pi$
 - (c) $81\sqrt{3}\pi$
 - (d) $108\sqrt{3}\pi$
 - (e) $216\sqrt{3}\pi$
22. En la figura se tiene un rectángulo $ABCD$. Los puntos B , C y E son colineales, EA es bisectriz del $\angle DEC = 60^\circ$ y $\overline{AB} = 18$.



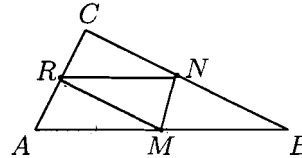
Entonces la suma de las áreas de los triángulos AFD y FCE es:

- (a) $36\sqrt{3}$
 - (b) $90\sqrt{3}$
 - (c) $54\sqrt{3}$
 - (d) $72\sqrt{3}$
 - (e) $108\sqrt{3}$
23. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) **falsa(s)** ?
- (I) Las transversales de gravedad de un triángulo son concurrentes.
 - (II) Las alturas de un triángulo son concurrentes.
 - (III) Las bisectrices y las simetrales de un triángulo concurren en el mismo punto.
- (a) Sólo (II)
 - (b) Sólo (II) y (III)

- (c) Sólo (I) y (III)
- (d) Sólo (III)
- (e) Sólo (I)



24. En el triángulo ABC , los puntos M , N y R son los puntos medios de los lados.



Entonces, ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- (I) Las transversales de gravedad de los triángulos ABC y MNR son las mismas.
 - (II) Los triángulos AMR , BNM , CNR y MNR tienen la misma área.
 - (III) Las alturas de los triángulos ABC y MNR son las mismas.
- (a) Sólo (I) y (II)
 - (b) Sólo (I) y (III)
 - (c) Sólo (II) y (III)
 - (d) (I), (II) y (III)
 - (e) Sólo (II)

25. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

Un trapecio $ABCD$ es isósceles si y sólo si ...

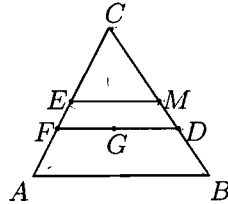
- (I) ... las diagonales son iguales.
 - (II) ... los ángulos basales son iguales.
 - (III) ... las simetrales de las bases AB y CD coinciden.
- (a) Sólo (I) y (II)
 - (b) Sólo (I) y (III)
 - (c) Sólo (II) y (III)
 - (d) (I), (II) y (III)
 - (e) Sólo (II)

26. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- (I) Un triángulo es isósceles si y sólo si una de las alturas divide al triángulo en dos de áreas iguales.
 - (II) Un triángulo es isósceles si y sólo si una transversal de gravedad divide al triángulo en dos de áreas iguales.
 - (III) Un triángulo es isósceles si y sólo si una bisectriz divide al triángulo en dos de áreas iguales.
- (a) Sólo (I) y (II)

- (b) Sólo (I) y (III)
- (c) Sólo (II) y (III)
- (d) (I), (II) y (III)
- (e) Sólo (III)

27. En el triángulo ABC de la figura, por el punto medio M de BC se traza la paralela ME a AB , y por el centro de gravedad G se traza la paralela FD a AB .

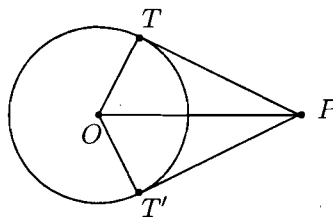


Entonces,

$$\frac{\text{Area}\triangle EMC}{\text{Area}\triangle FDC} = \dots$$

- (a) $\frac{3}{4}$
- (b) $\frac{2}{3}$
- (c) $\frac{9}{16}$
- (d) $\frac{4}{9}$
- (e) $\frac{1}{2}$

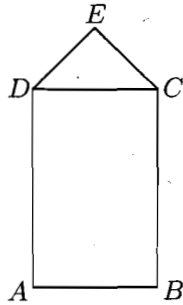
28. En la siguiente figura se tiene que $\overline{OP} = 4\overline{OT}$ y que PT y PT' son tangentes.



Entonces $\overline{TT'} = \dots$

- (a) $\frac{1}{2}\sqrt{15}\overline{OT}$
- (b) $\frac{1}{4}\sqrt{15}\overline{OT}$
- (c) $\frac{1}{3}\sqrt{15}\overline{OT}$
- (d) $\sqrt{15}\overline{OT}$
- (e) $2\sqrt{15}\overline{OT}$

29. En la figura:

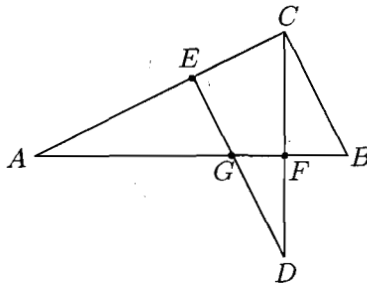


Se tiene la siguiente información:

- (I) $ABCD$ es un rectángulo cuyo ancho es la mitad del largo.
- (II) El triángulo CDE es equilátero de altura $3\sqrt{3}$.

Entonces el área de la figura se puede calcular ...

- (a) conociendo sólo (I).
 - (b) conociendo sólo (II).
 - (c) conociendo (I) y (II). ✓
 - (d) Se requiere más información.
 - (e) (I) y (II) se contradicen.
30. En la siguiente figura, ABC es un triángulo rectángulo en C , $CD \perp AB$ y $DE \perp CA$. Si $BC = 6$, $AB = 10$ y $AE : EC = 2 : 1$.



entonces $AG = \dots$

- (a) $\frac{5}{4}$
- (b) $\frac{5}{3}$
- (c) $\frac{8}{3}$
- (d) $\frac{20}{3}$
- (e) $\frac{3}{5}$