

EJÉRCITO DE CHILE  
COMANDO DE INSTITUTOS Y DOCTRINA  
Academia Politécnica Militar

EXAMEN DE ADMISION 2005

ALGEBRA

1. Al simplificar la expresión:

$$\frac{\frac{d}{d+x} - \frac{x}{x-d}}{\frac{x^2+d^2}{dx+x^2}} = \frac{d(x-d) - x(d+x)}{(d+x)(x-d)} \cdot \frac{(x+d)(x+d)}{x(d+x)}$$

se obtiene:

- a)  $-\frac{x}{x-d}$
- b)  $-\frac{x+d}{x}$
- c)  $\frac{x}{x-d}$
- d)  $-\frac{x-d}{x}$
- e)  $x$

$$\frac{dx - d^2 - dx - x^2}{dx - d^2 + x^2 - dx} = \frac{-x^2}{x^2 - dx} = \frac{-x(x)}{x(x-d)} = -\frac{x}{x-d}$$

2. El conjunto solución de la inecuación:

$$\frac{3}{x+3} \geq 1$$

es:

- a)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$
- b)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\}$
- c)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 1\}$
- d)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 0\}$
- e)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 0\}$

3. Sean:

$$a = \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}}, \quad b = \frac{2}{2 + \frac{2}{2+2}}, \quad c = \frac{3}{3 + \frac{3}{3+3}}$$

¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdaderas?

- (I)  $a \neq b \neq c$
- (II)  $b = 2a$
- (III)  $b = \frac{2}{3}c$

$$a = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$20 = 3 = 0,66$$

$$b = \frac{2}{\frac{4}{2}} = 1$$

$$40 = 5 = 0,8$$

$$c = \frac{3}{\frac{7}{2}} = \frac{6}{7}$$

$$60 = 7 = 0,85$$

Handwritten notes on the left side of the page:

$$(x+d)/(x-d)$$

$$x^2 - xd + xd - d^2$$

$$x^2 - 2xd + d^2$$

$$(x-d)^2$$

$$(x+y)/(x-y)$$

$$x^2 - yx - xy + y^2$$

Handwritten calculations for a, b, and c:

$$a = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$b = \frac{2}{2 + \frac{2}{2}} = \frac{2}{2 + 1} = \frac{2}{3}$$

$$c = \frac{3}{3 + \frac{3}{3}} = \frac{3}{3 + 1} = \frac{3}{4}$$



8. Si los números  $a$ ,  $b$  y  $c$  son tales que  $a > b > c$ , y  $n = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^4$  y  $m = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^3$ .  
 ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdaderas?

- (I) El mayor divisor común entre  $n$  y  $m$  es  $(2 \cdot 3 \cdot 5)^c$ .  
 (II) El menor múltiplo común de  $n$  y  $m$  es  $(2 \cdot 3 \cdot 5)^a$ .  
 (III)  $3^a n$  es un múltiplo de  $m$ .

- a) Sólo (III)  
 b) Sólo (I) y (II)  
 c) Sólo (I) y (III)  
 d) (I), (II) y (III)  
 e) Ninguna de ellas.

9. Si  $x > 2$ . ¿En cuál de los pasos de la siguiente demostración de que el **cuadrado de un número real es negativo** se comete el primer error?

- a)  $x > 2$   
 b)  $x(2 - x) > 2(2 - x)$   
 c)  $2x - x^2 > 4 - 2x$   
 d)  $0 > x^2 - 4x + 4$   
 e)  $(x - 2)^2 < 0$

10. El menor número natural por el cual hay que multiplicar 756 para obtener un cuadrado perfecto es:

- a) 21  
 b) 3  
 c) 7  
 d) 16  
 e) 84

11. Si  $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?:

- a) 900960065005 es divisible por 91.  
 b) 900960065005 es divisible por 77.  
 c) 900960065005 es divisible por 143.  
 d) 900960065005 es divisible por 25.  
 e) 900960065005 es divisible por 55.

- 12.

$$\frac{3 + \frac{3a}{a + 5b}}{\frac{3a}{a + 5b}} = \dots$$

- a) 4
- b)  $2 + 15b$
- c) 3
- d)  $\frac{6a + 5b}{a}$
- e)  $\frac{2a + 5b}{a}$

13. Sea  $M$  un número de tres cifras, siendo  $a \neq 0$  el dígito de las centenas,  $b$  el de las decenas y  $c$  el de las unidades. Al intercambiar los dígitos  $a$  y  $c$  se obtiene el número  $N$ . Si el dígito  $b$  de las decenas es igual al triple de la suma de los dígitos de las unidades y de las centenas. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- (I)  $a + c \leq 3$
- (II)  $100c + 30(a + c) + a = N$
- (III)  $c = 3b - a$

- a) Sólo (I)
- b) Sólo (II)
- c) Sólo (III)
- d) (I), (II) y (III)
- e) Sólo (I) y (II)

14. Una persona  $P$  dispone de \$ 180000 más que otra  $Q$ . Ambos invierten su dinero,  $P$  pierde el 6% de su capital, mientras que  $Q$  gana el 9% del suyo, quedando los dos con la misma cantidad. ¿Cuál es la suma de los capitales iniciales expresada en miles de pesos?

- a) 2450,04
- b) 2436
- c) 1308
- d) 1128
- e) 780

15. Sea  $a \neq \pm b$ , si:

$$\begin{cases} ax + by = a^2 + ab \\ ay + bx = b^2 + ba \end{cases}$$

entonces  $xy = \dots$

- a) 0
- b)  $ab$
- c)  $a + b$
- d)  $a - b$

e)  $a^2 - b^2$

16. La ecuación cuadrática cuyas raíces son:

$$x_1 = a + \sqrt{a^2 - b^2} \quad ; \quad x_2 = a - \sqrt{a^2 - b^2}$$

es:

- a)  $x^2 - 2ax + b^2 = 0$
- b)  $x^2 - 2ax - b^2 = 0$
- c)  $x^2 + 2ax + b^2 = 0$
- d)  $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$
- e)  $x^2 - 2ax + b^2 - a^2 = 0$

17. Una persona tuvo un depósito de ahorro de  $C$  pesos durante un año. El banco le pagó un interés del 4% después de agregarle un 16% al valor de su depósito inicial como recompensa al costo de la vida. Entonces el dinero que actualmente tiene es:

- a)  $C \cdot 1,16 \cdot 1,14$
- b)  $C \cdot 1,16 \cdot 0,04$
- c)  $C \cdot 1,16 \cdot 1,04$
- d)  $C \cdot 1,2$
- e)  $C \cdot 1,64$

18. ¿Qué valor debe tener  $k$  para que la ecuación en la variable  $x$ ;  $kx = 5 + x$  tenga solución mayor que 5?

- a)  $k < 0$
- b)  $1 < k < 2$
- c)  $-1 < k < 0$
- d)  $k < 2$
- e)  $1 \leq k < 2$

19. Una persona ha hecho tres abonos de una deuda  $D$ , equivalente a las tres fracciones siguientes de  $D$ :  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{2}{7}$ ,  $\frac{5}{21}$ . La fracción de  $D$  que le resta por pagar está comprendida entre:

- a) 0 y  $\frac{1}{4}D$
- b)  $\frac{1}{4}D$  y  $\frac{1}{2}D$
- c)  $\frac{1}{2}D$  y  $\frac{3}{4}D$

d)  $\frac{3}{4}D$  y  $D$

e) Ninguna de las anteriores, ya que la deuda queda pagada con los tres abonos.

20. Un examen se compone de  $n$  preguntas de tipo verdadero o falso. Todas las respuestas correctas tienen el mismo puntaje, igual a 7 puntos y las incorrectas 0 puntos. Un estudiante que responde las  $n$  preguntas, contesta bien 15 de las 20 primeras y de las restantes, contesta bien la tercera parte. Si 4 puntos es el promedio de su examen, entonces  $n = \dots$

a) 35

b) 50

c) 30

d) 39

e) 40

21. Si  $N = 2005^{2005}$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?:

a)  $N$  es divisible por  $25^2$ .

b)  $N$  es divisible por  $25^6$ .

c)  $N$  es divisible por  $401^3 \cdot 25^4$ .

d)  $N$  es divisible por  $9^5 \cdot 25^6$ .

e)  $N$  es divisible por  $401^5$ .

22. Al discutir las soluciones de la ecuación:

$$x^2 + 4 + \sqrt{x+2} - 4x = 0$$

se obtiene que hay:

a) sólo una raíz real.

b) dos soluciones reales.

c) una solución real y otra compleja.

d) sólo una solución compleja.

e) No tiene solución real.

23. Las soluciones de la ecuación:

$$x^3 + x^2 + x = 0$$

son:

a) una raíz real y sólo una compleja.

b) una raíz real y dos raíces complejas.

c) dos raíces reales.

- d) tres raíces complejas.
- e) dos raíces reales y una compleja.

24. Si  $x = 3$  es solución de la ecuación  $2x^2 + (k+2)x + 12 = 0$ , entonces la otra solución es:

- a) -2
- b) 3
- c) -1
- d) 2
- e) -3

6

$b - 4ac$

$(x-3)$

$(k+2) = \frac{96}{6}$

$12 \cdot 4$

$\sqrt{6}$

$\times (x-3) \quad x = -2 \quad k = 94$

$x = 3$

25. Si:

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x - y + z = 5 \\ x - 3y + 3z = 3 \end{cases}$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) La solución del sistema es  $x = 2, y = \frac{3}{2}, z = \frac{1}{2}$ .
- b) La solución del sistema es  $x = 2, y = 1, z = 0$ .
- c) No tiene solución.
- d) La solución del sistema es  $x = 2, y = -\frac{1}{2}, z = \frac{3}{2}$ .
- e) La solución del sistema es  $x = 2, y = \frac{1}{4}, z = -\frac{3}{4}$ .

26. El siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3x^2 + y^2 = 4xy \\ x - y = 4 \end{cases}$$

tiene:

- a) Solución única.
- b) Sólo dos soluciones.
- c) Sólo tres soluciones.
- d) Más de tres soluciones.
- e) No tiene solución.

27. Si  $\alpha$  y  $\beta$  son las raíces de la ecuación:

$$x^2 - x + 1 = 0$$

entonces  $\alpha^3 + \beta^3 = \dots$ :

- a) 1
- b) -1

$(x-1)(x-1) \Rightarrow x^2 - 2x + 1$

$x^2 - x + 1$

$x_1 = 1$

$x_2 = 1$

7

- c) 3
- d) 2
- e) -2

28. Si  $\frac{1}{a} + b = 1$  y  $\frac{a}{b} = -1$ , entonces

$$\frac{1}{a^3} + b^3 = \dots$$

- a) -4
- b) 2
- c) 4
- d) 3
- e) -2

29. Si:

$$\begin{cases} x + y = m \\ x - y = 3m \\ xy = 2m \end{cases}$$

Entonces  $m = \dots$

- a) 0 ó 1
- b) 0 ó -1
- c) 1 ó -1
- d) 1 ó 2
- e) 0 ó 2

30. La ecuación cúbica que tiene como raíces a 1,  $i$  y  $-i$  es:

- a)  $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$
- b)  $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$
- c)  $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$
- d)  $x^3 - x^2 - x - 1 = 0$
- e)  $x^3 + x^2 - x - 1 = 0$