

EJÉRCITO DE CHILE  
COMANDO DE INSTITUTOS MILITARES  
Academia Politécnica Militar

EXAMEN DE ALGEBRA 2004

1. Si se sabe que  $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$ , ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdaderas?

- (I) 4501 es divisible por 7.
- (II) 8118 es divisible por 99.
- (III) 3913 es divisible por 91.

- (a) Sólo (I)
- (b) Sólo (II)
- (c) Sólo (III)
- (d) Sólo (I) y (II)
- (e) (I), (II) y (III)

2. Una persona compra  $\frac{3}{4}$  kilos de azúcar y ocupa sólo la cuarta parte de lo que compró. ¿Qué porción de lo que compró le queda?

- (a)  $\frac{3}{16}$
- (b)  $\frac{9}{16}$
- (c)  $\frac{1}{16}$
- (d)  $\frac{5}{8}$
- (e)  $\frac{1}{2}$

3. Se afirma que el número  $5^{102} - 25^{50}$

- (I) es divisible por 5.
- (II) es divisible por 13.
- (III) es par.

¿cuál(es) de las afirmaciones es(son) verdaderas?

- (a) Sólo (I)
- (b) Sólo (III)
- (c) Sólo (I) y (III)

- (d) Sólo (II) y (III)
- (e) (I), (II) y (III)
4. En un colegio, el profesor de educación física eligió, de entre los 95 alumnos de tercero y cuarto medio, al 15 % de los primeros y al 20 % de los de cuarto, que sumaron los 16 estudiantes elegidos para formar la selección de fútbol del colegio. El número de alumnos de cuarto que participaron en la selección es:
- (a) 7
- (b) 12
- (c) 5
- (d) 8
- (e) 9
5. El costo  $C$  del servicio telefónico domiciliario está dado por  $C = a + bn$ , donde  $n$  es el número de llamadas y  $a, b$  constantes. El costo de 35 llamadas es \$ 780 y el de 80 llamadas es de \$ 1140. Entonces el costo de 50 llamadas es:
- (a) \$ 1140,28
- (b) \$ 1030
- (c) \$ 960
- (d) \$ 900
- (e) \$ 712,5
6. La expresión:

$$\frac{a^{-1}b^{-1}}{a^{-2} - b^{-2}} = \dots$$

- (a)  $\frac{a^2 - b^2}{ab}$
- (b)  $\frac{ab}{a^2 - b^2}$
- (c)  $\frac{b^2 - a^2}{ab}$
- (d)  $\frac{ab}{b^2 - a^2}$
- (e)  $\frac{a^2b^2}{a - b}$
7. El promedio de una interrogación para 20 alumnos fue  $x$  y para otros 10 fue de 6. Si el promedio total fue 5, entonces  $x = \dots$
- (a) 4,8
- (b) 5,5

(c) 4,5

(d) 4,7

(e) 4,6

8. Si  $5^x = 17$ , entonces  $625^{3x-1} = \dots$

(a)  $\left(\frac{17^3}{5}\right)^4$

(b)  $\left(\frac{17}{5^3}\right)^4$

(c)  $\left(\frac{5^3}{17}\right)^4$

(d)  $\left(\frac{5}{17^3}\right)^4$

(e) Ninguna de las anteriores.

9. Si un número de dos dígitos es igual al doble del producto de sus dígitos, y éstos suman 9, entonces ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar el dígito de las decenas?

(a)  $10x + (9 + x) = 2x(9 + x)$

(b)  $x + (9 + x) = 2x(x - 9)$

(c)  $10x + (x - 9) = 2x(x - 9)$

(d)  $x + (9 - x) = 2x(9 - x)$

(e)  $10x + (9 - x) = 2x(9 - x)$

10. El menor número natural por el cual hay que multiplicar 756 para obtener un cuadrado perfecto es:

(a) 21

(b) 3

(c) 7

(d) 16

(e) 84

11. El recíproco de un número entero positivo  $p$  está comprendido entre  $\frac{2}{11}$  y  $\frac{4}{5}$ . El conjunto de todos los valores posibles de  $p$  es:

(a)  $\emptyset$

(b)  $\{3\}$

(c)  $\{2, 3, 4\}$

(d)  $\{2, 3, 4, 5\}$

(e)  $\{6, 7, 8, 9, 10\}$

12. ¿Cuál es el orden, de menor a mayor de los siguientes números:

$$m = \sqrt{6}, \quad n = \sqrt{3} + \sqrt{2}, \quad p = \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} ?$$

- (a)  $m, p, n$
- (b)  $m, n, p$
- (c)  $n, m, p$
- (d)  $p, n, m$
- (e)  $p, m, n$

13.

$$\left(2\sqrt{\frac{5}{2}} - 5\sqrt{\frac{18}{5}}\right)^2 = \dots$$

- (a) 80
- (b) -13
- (c) 4
- (d) 40
- (e) 94

14. Si  $a \in \mathbb{R}^+$  y  $a \neq 16$ , entonces:

$$\frac{a - 8\sqrt{a} + 16}{a - 16} = \dots$$

- (a)  $8\sqrt{a}$
- (b)  $-8\sqrt{a}$
- (c)  $\frac{\sqrt{a} - 2}{2}$
- (d)  $\frac{\sqrt{a} + 4}{\sqrt{a} - 4}$
- (e)  $\frac{\sqrt{a} - 4}{\sqrt{a} + 4}$

15. Al racionalizar el denominador de la expresión  $\frac{x - 5}{4 - \sqrt{3x + 1}}$  se obtiene:

- (a)  $\frac{4 - \sqrt{3x + 1}}{3}$
- (b)  $-\frac{4 + \sqrt{3x + 1}}{3}$
- (c)  $-\frac{4 + \sqrt{3x + 1}}{5 - x}$
- (d)  $-\frac{4 - \sqrt{3x + 1}}{x - 5}$

(e)  $\frac{4 + \sqrt{3x + 1}}{3(x - 5)}$

16. Si  $\sqrt[5]{x + 1} = -2$ , entonces  $\frac{1}{2}(x - 1) = \dots$

- (a) -6
- (b) -15
- (c) -17
- (d) -16
- (e) -16,5

17. El valor del número real  $x$  que satisface:

$$2^x \cdot 4^{2x} \cdot 8^{3x} = \frac{1}{16^7}$$

es:

- (a)  $\frac{7}{9}$
- (b) -4
- (c)  $-\frac{7}{9}$
- (d) -2
- (e) -1

18. Al simplificar:

$$\frac{a + b}{(a^3 + b^3) - (a + b)^3}$$

se obtiene:

- (a)  $-\frac{1}{3ab}$
- (b)  $\frac{1}{3ab}$
- (c)  $\frac{1}{a^2 + b^2}$
- (d)  $\frac{1}{a^2 + ab + b^2}$
- (e)  $\frac{1}{a^2 - ab + b^2}$

19. Si  $|a|$  es el valor absoluto de  $a$ . ¿Cuál de las siguientes igualdades es verdadera para todo real  $a$ ?

- (a)  $a + |a| = 2a$
- (b)  $a - |a| = 0$
- (c)  $a - |a| = 2a$

(d)  $(a + |a|)(a - |a|) = 4a^2$

(e)  $(a + |a|)(a - |a|) = 0$

20. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones no tiene solución en los números reales?

(a)  $x^4 + 4 = 0$

(b)  $\sqrt{-x - 3} = 0$

(c)  $2^{-x} = 16$

(d)  $x^2 - 2 = 0$

(e)  $x^3 = -1$

21. Si

$$x - y - 2u - v = 0$$

$$x + y + 2u - 3v = 0$$

$$x - y + 2u - 5v = 0$$

Entonces:

(a)  $x = y = u$

(b)  $x = -y = -u$

(c)  $x = -2y = 2u$

(d)  $x = 2y = -2u$

(e)  $2x = -y = 2u$

22. El sistema:

$$2x + y = a$$

$$6x + 3y = 6$$

sólo tiene solución si:

(a)  $a = 0$

(b)  $a = 1$

(c)  $a = -1$

(d)  $a = 2$

(e)  $a = -2$

23. Si

$$x + 2y = 4a$$

$$x - 2y = 12b$$

entonces  $xy = \dots$

(a)  $2a^2 - 18b^2$

(b)  $2a^2 - 4b^2$

(c)  $a^2 - b^2$

(d)  $2a^2 + 4b^2$

(e)  $a^2 + b^2$

24. Si  $\alpha$  y  $\beta$  son las raíces de la ecuación  $2x^2 - 4x + k = 0$  y además satisfacen que  $\alpha + \beta + 85\alpha\beta = 2$ , entonces  $\alpha^3\beta^3 = \dots$

- (a) 1
- (b)  $k^3 - 1$
- (c)  $k^3 + 1$
- (d) -1
- (e) 0

25. Dados los sistemas:

$$\begin{array}{rcl} 2x - 3y & = & -1 \\ 3x - 4y & = & 3 \end{array} \quad \text{y} \quad \begin{array}{rcl} 2u + 3v & = & -3 \\ 3u + 4v & = & 1 \end{array}$$

entonces  $\frac{x-y}{u+v} = \dots$

- (a) -1
- (b) 2
- (c) 1
- (d) -2
- (e) 0

26. Si  $m$  y  $p$  son números reales tales que  $0 < p < m < 1$ . ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdaderas?

- (I)  $1 - p > 1 - m$
- (II)  $\frac{1}{p} > \frac{1}{m}$
- (III)  $p^2 > pm$

- (a) Sólo (I)
- (b) Sólo (II)
- (c) Sólo (I) y (II)
- (d) Sólo (I) y (III)
- (e) (I), (II) y (III)

27. Para que la expresión:

$$\sqrt{\frac{x+2}{x-3}}$$

sea un número real, con  $x$  real, se debe cumplir:

- (a)  $x \leq -2$  ó  $x > 3$
- (b)  $-2 \leq x < 3$
- (c)  $x \leq -2$

(d)  $x > 3$

(e) Todos los números reales, menos el 3.

28. En la siguiente tabla se tiene que: el 1 se transforma en  $-\frac{3}{2}$ , el 2 pasa a ser 5, y así sucesivamente.

1	2	3	4	5
$-\frac{3}{2}$	5	$\frac{7}{4}$	$\frac{9}{7}$	...

Entonces el 5 se transforma en:

(a)  $\frac{11}{6}$

(b)  $\frac{12}{10}$

(c)  $\frac{6}{10}$

(d)  $\frac{11}{9}$

(e)  $\frac{11}{10}$

29. Para todo  $k$  entero, ¿cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) **siempre** a un entero impar **no** divisible por 5?

(I)  $5k + 1$

(II)  $10k + 1$

(III)  $2k + 5$

(a) Sólo (I)

(b) Sólo (II)

(c) Sólo (III)

(d) Sólo (I) y (II)

(e) Sólo (II) y (III)

30. Si  $\frac{1}{a} + b = 3$  y  $\frac{1}{a^2} + b^2 = 4$ , entonces  $\frac{a}{b} = \dots$

(a)  $\frac{2}{5}$

(b)  $\frac{5}{2}$

(c)  $\frac{2}{5}$

(d)  $\frac{3}{2}$

(e)  $\frac{2}{3}$