

EJÉRCITO DE CHILE  
COMANDO DE INSTITUTOS MILITARES  
Academia Politécnica Militar

**PRIMER ENSAYO EXAMEN DE ALGEBRA 2005**

1. Si  $\frac{1}{a} + b = 2$  y  $\frac{1}{a^3} + b^3 = 4$ , entonces  $\frac{a^2}{b + ab^2} = \dots$

a)  $\frac{3}{4}$

b)  $\frac{4}{3}$

c)  $\frac{2}{3}$

d)  $\frac{3}{2}$

e) 1

2. Sea  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < -2\}$ . ¿Cuál(es) de los siguientes conjuntos:

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < -x \text{ o } -x < -2\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < -x < 2\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2 \text{ y } x > -2\}$$

es(son) igual(es) a  $A$ ?

a) Sólo  $B$

b) Sólo  $C$

c) Sólo  $C$  y  $D$

d) Sólo  $D$

e) Ninguno

3. Un hombre tiene 21 años más que su hijo. Si la edad del hombre es  $a$  y la del hijo es  $b$ , y en 5 años más la edad del padre será el doble de la edad que tendrá el hijo. ¿Cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones permite calcular la edad de ambos?

a) 
$$\begin{cases} a + 21 = b \\ a = 2(b + 5) \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} a + 21 = b \\ a + 5 = 2(b + 5) \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} a = b + 21 \\ a + 5 = 2(b + 5) \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} a = b + 21 \\ a = 2(b + 5) \end{cases}$$

- e) Ninguno de ellos.
4. La ecuación  $(a - b)x^2 : (b^2 - a^2)x^4 = 1 : 2$ , donde  $a \neq \pm b$ , tiene solución real si y sólo si  $a$  y  $b$  satisfacen:
- a)  $a + b > 0$
  - b)  $a - b > 0$
  - c)  $a + b < 0$
  - d)  $b^2 - a^2 < 0$
  - e)  $b^2 - a^2 > 0$

5. ¿Cuántas veces como **mínimo** se debe sumar a -4 el número 0.007 para obtener un valor superior a 1?
- a) 7000
  - b) 714
  - c) 571
  - d) 715
  - e) 5

6. Si  $x^n = p$ , entonces:

$$\frac{x^{2n} - x^{-n}}{x^{2n} + x^{-n}} = \dots$$

- a) 0
  - b) -1
  - c)  $\frac{p^2 + p}{p^2 - p}$
  - d) 3
  - e)  $\frac{p^3 - 1}{p^3 + 1}$
7. En la siguiente igualdad:  $3a + 3b + 3c = 303300$ ,  $a$ ,  $b$  y  $c$  son potencias de 10 de exponentes mayores o iguales a cero. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es(son) siempre verdadera(s)?

- (I)  $a = bc$
- (II)  $b > a$
- (III)  $a + b + c = 101100$

- a) Sólo (I)
- b) Sólo (III)
- c) Sólo (II) y (III)
- d) Sólo (I) y (III)

e) (I), (II) y (III)

8. Si  $n \in \mathbb{N}$  y  $k \in \mathbb{Z}$ , con  $k \neq 0$  y  $k \neq 1$ . ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) a tres enteros múltiplos consecutivos de  $k$ ?

(I)  $kn, kn + 1, kn + 2$

(II)  $kn + k, kn + k + 1, kn + k + 2$

(III)  $kn + k, kn + 2k, kn + 3k$

a) Sólo (I)

b) Sólo (II)

c) Sólo (I) y (II)

d) Sólo (II) y (III)

e) (I), (II) y (III)

9. Un señor reparte \$ 100000 entre sus hijos Pedro, Juan y Diego. Juan recibe 20 % más que Diego y éste 30 % más que Pedro. Si  $x$  representa la cantidad que recibe Diego, ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite calcular ésta cantidad?

a)  $1,2x + x - 1,3x = 100000$

b)  $1,2x + x + 0,7x = 100000$

c)  $1,2x + x - \frac{1}{1,3}x = 100000$

d)  $0,8x + x + 1,3x = 100000$

e)  $x + \frac{20}{100}x + \frac{100}{30}x = 100000$

10. El promedio de un curso de 30 alumnos que rindió una prueba es 5,2. Si se eliminan dos notas, correspondientes a un 2,7 y a un 3,3, el nuevo promedio de las pruebas restantes es aproximadamente:

a) 5,8

b) 5,4

c) 5,1

d) 5,0

e) 4,6

11. Si  $m \in \mathbb{R}^+$ , entonces,

$$\sqrt{\frac{\sqrt{m+1} + \sqrt{m}}{\sqrt{m+1} - \sqrt{m}}} - \sqrt{\frac{\sqrt{m+1} - \sqrt{m}}{\sqrt{m+1} + \sqrt{m}}} = \dots$$

a)  $-\sqrt[4]{\frac{m}{m+1}}$

b)  $\sqrt[4]{\frac{m}{m+1}}$

c) 0

d)  $2\sqrt{m}$

e)  $-2\sqrt{m}$

12. Si  $n \in \mathbb{N}$ , entonces  $(n^n)^{(n^n)}$  es igual a...

(I)  $n^{(n^{n+1})}$

(II)  $(n^2)^{(n^2)}$

(III)  $n^{(n^{2n})}$

a) Sólo (I)

b) Sólo (II)

c) Sólo (III)

d) (I), (II) y (III)

e) Ninguno de ellos.

13. El siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 10x - 15y = 12 \\ 2x + ky = 9 \end{cases}$$

**no** tiene solución si  $k = \dots$

a) 5

b) -5

c) 0

d) 3

e) -3

14. Si  $x$  e  $y$  son reales que satisfacen el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

entonces  $x^4 + y^4 = \dots$

a) 17

b) 1

c) 25

d) 33

e) 5

15. El conjunto de todos los valores de  $x \in \mathbb{R}$  para los cuales la expresión:

$$\sqrt{\frac{x+2}{x-3}}$$

es un número real, es:

- a)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2 \text{ o } x > 3\}$
- b)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 3\}$
- c)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2\}$
- d)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$
- e)  $\mathbb{R} - \{3\}$

16. Si el lado  $a$  de un cuadrado aumenta en  $t$  unidades, entonces la variación que experimenta el área es:

- a)  $t^2$
- b)  $t^2 + ta$
- c)  $t^2 + 2ta$
- d)  $t^2 + ta - a^2$
- e)  $t^2 + 2ta - a^2$

17. Si  $x$  e  $y$  son reales positivos y además:

$$\frac{xy}{x^2 + y^2} = \frac{36}{153}$$

entonces  $\frac{x+y}{x-y} = \dots$

- a)  $\frac{5}{3}$
- b)  $\frac{5}{4}$
- c)  $\frac{13}{5}$
- d)  $\frac{12}{31}$
- e)  $\frac{37}{35}$

18. Si  $\sqrt{x+1} + \sqrt{x} = 2$  y  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = a$ . Entonces  $a = \dots$

- a)  $-2$
- b)  $2$
- c)  $1$

d)  $\frac{1}{2}$

e)  $\frac{1}{4}$

19. Si  $0,000250 = 2,5 \cdot 10^n$ . Entonces  $n = \dots$

a) 4

b) -4

c) 5

d) -5

e) -6

20. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones sobre el número  $5^{102} + 25^{50}$  es(son) verdadera(s)?

(I) El número es divisible por 5.

(II) El número es divisible por 13.

(III) El número es divisible por 2.

a) Sólo (I)

b) Sólo (I) y (III)

c) Sólo (I) y (II)

d) (I), (II) y (III)

e) Sólo (II) y (III)

21. Si  $k \in \mathbb{Z}$  y  $M(k)$  es el conjunto de todos los enteros múltiplos de  $k$ , entonces  $M(12) \cap M(15)$  es el conjunto de múltiplos de:

a) 3

b) 27

c) 60

d) 120

e) 180

22. Si la ecuación en la variable  $x$ :  $x^2 - a(2x - b) - 4 = 0$  tiene raíces iguales, entonces:

a)  $-2a + 2b - 4 = 0$

b)  $a = b = 0$

c)  $ab - 4 = 0$

d)  $a^2 - ab + 4 = 0$

e)  $12a + ab - 4 = 0$

23. Si  $k$  es la solución de la ecuación:

$$3^{\frac{x}{3}+1} = 9^{-\frac{x}{9}+2}$$

entonces  $2k = \dots$

- a)  $\frac{54}{5}$
- b)  $\frac{9}{2}$
- c)  $-\frac{9}{2}$
- d) 9
- e) 1

24. ¿Cuál es el menor valor entero que puede tomar  $m$  en la siguiente ecuación:

$$x(mx - 4) - x^2 + 1 = 0$$

de modo que ésta **no** tenga raíces reales?

- a) 6
- b) 5
- c) 7
- d) 8
- e) 4

25. ¿Cuál es el orden, de menor a mayor, de los siguientes números:

$$n = \sqrt{3} - \sqrt{2}, \quad p = \frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1), \quad q = \sqrt{2} - 1 ?$$

- a)  $q, p, n$
- b)  $n, q, p$
- c)  $n, p, q$
- d)  $q, n, p$
- e)  $p, n, q$

26. Una empresa tiene un capital de  $m$  millones de pesos. La utilidad de esta empresa corresponde al  $g\%$  de su capital. Si la empresa decide invertir el  $p\%$  de su utilidad en capacitar operarios, la cantidad en capacitación, en millones de pesos, es:

- a)  $\frac{mpg}{10^4}$
- b)  $\frac{mpg}{10^2}$

- c)  $\frac{(m-g)p}{10^4}$   
 d)  $\frac{(m-g)p}{10^2}$   
 e)  $\frac{gm(100-p)}{10^4}$

27. Si se sabe que  $(x+1)^n = x^n + nx^{n-1} + \dots + \frac{n(n-1)}{2}x^2 + nx + 1$ . Entonces las cuatro últimas cifras del número  $2001^{2001}$  son:

- a) 4001  
 b) 0001  
 c) 2001  
 d) 1001  
 e) 2000

28. Si  $a = \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}}$ ,  $b = \frac{2}{2 + \frac{2}{2+2}}$  y  $c = \frac{3}{3 + \frac{3}{3+3}}$ , ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- (I)  $a < b < c$   
 (II)  $c < b < a$   
 (III)  $b < a < c$

- a) Sólo (I)  
 b) Sólo (II)  
 c) Sólo (III)  
 d) Sólo (I) y (III)  
 e) Ninguna de ellas.

29. Si:

$$\begin{cases} x - y - u - w = 0 \\ x + y + u - 3w = 0 \\ x - y + u - 5w = 0 \end{cases}$$

entonces  $x : y : u = \dots$

- a) 1 : 2 : 3  
 b) 2 : -2 : 3  
 c) -2 : 2 : 3  
 d) 2 : -1 : 2  
 e) 1 : -2 : 3

30.

$$\frac{1}{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 1} = \dots$$

a) 0

b) -1

c) 1

d) 3

e) 2

EJÉRCITO DE CHILE  
COMANDO DE INSTITUTOS MILITARES  
Academia Politécnica Militar

PRIMER ENSAYO EXAMEN DE ALGEBRA 2005  
HOJA DE RESPUESTAS

NOMBRE:.....

Ennegrecer **sólo una** opción en cada ítem.

Item	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
22.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
24.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
25.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
26.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
27.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
28.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
29.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
30.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>